Eenvoudige toetsing en visualisatie van veranderingen in het karakter van een stijghoogtereeks

Frans van Geer[1]

Bij veel analyses van stijghoogtereeksen is het van belang te weten of en zo ja hoe, het karakter van die reeks structureel in de tijd verandert. In dit artikel zijn informatieproducten beschreven waarmee een visueel inzicht verkregen kan worden in veranderingen in de tijd alsmede een indicatieve toets of die veranderingen ook significant zijn. Daarbij is zowel het niveau als de spreiding van de stijghoogtereeks in beschouwing genomen. De informatieproducten zijn gebaseerd op eenvoudige en standaard statistische bewerkingen, die zich lenen voor volledige automatisering. In hoeverre een verandering van het niveau of de spreiding als structureel aangemerkt wordt is mede afhankelijk van de beschouwde tijdschaal. De methode is vooral bedoeld om snel inzicht te verkrijgen of een stijghoogtereeks in de loop van de jaren structureel is veranderd en niet voor een gedetailleerde trendanalyse.

Inleiding

Stijghoogte is een dynamische grootheid. De stijghoogte die in een bepaald filter wordt gemeten, is vandaag anders dan gisteren, vorige week en vorig jaar. Voor een deel vinden we dat deze verschillen horen bij het 'normale' patroon van een stijghoogtereeks en voor een ander deel bestempelen we ze als structurele, blijvende veranderingen van dat patroon. Het lijkt logisch om het normale patroon te zien als de 'natuurlijke' variatie en de structurele verandering als door de mens veroorzaakt. Bij nadere beschouwing is dit onderscheid echter niet houdbaar. Zo zal de klimaatsverandering kunnen leiden tot een structurele verandering, en stelt zich na een ingreep in de waterhuishouding een nieuw 'normaal' patroon in. Het onderscheid tussen normale variatie en structurele verandering kan niet los gezien worden van de tijdschaal. Gedurende perioden waarin de hydrologische randvoorwaarden, zoals onttrekking en waterhuishouding, statistisch stationair kunnen worden verondersteld, zal er geen structurele verandering in het patroon van de stijghoogte optreden. De hydrologische randvoorwaarden kunnen in de tijd wel binnen een bepaalde bandbreedte fluctueren. Als een onttrekking een grote dynamiek heeft, maar gedurende een periode wel binnen een bepaalde bandbreedte blijft, is de resulterende variatie onderdeel van een normaal patroon in de stijghoogte. Indien het onttrekkingsregiem structureel verandert, geldt dat ook voor de stijghoogte.

[1] Geologische dienst van Nederland TNO, Utrecht (frans.vangeer@tno.nl)

Echter, opeenvolgende structurele veranderingen op kleinere tijdschalen, kunnen op een grotere tijdschaal weer een normaal patroon vormen, maar dan met een grotere amplitude.

Voor sommige toepassingen is het noodzakelijk om vast te stellen wat tot het normale patroon gerekend kan worden en wat een structurele verandering is. Wellicht het meest duidelijk is dit bij kwaliteitscontrole van de data, waarbij wordt beoordeeld in hoeverre een waarneming binnen het normale patroon van de reeks past. Het normale patroon moet uit de historische waarnemingen worden bepaald. Het is bekend dat vrijwel alle stijghoogtereeksen in Nederland in de loop van de afgelopen decennia zijn veranderd, zodanig dat we op een voor ons relevante tijdschaal spreken van een structurele verandering. Zo is op sommige locaties een stijghoogtewaarneming die in de jaren vijftig van de vorige eeuw als extreem laag beoordeeld zou worden, nu misschien onderdeel van het normale patroon. Een belangrijke vraag bij kwaliteitscontrole is daarom: over welke periode bepalen we het normale patroon? Deze periode wordt ook wel de normaalperiode genoemd (Sluijter en Nellestijn, 2002). Een uitgebreidere beschouwing van kwaliteitscontrole bij stijghoogtereeksen en de normaalperiode is te vinden in Von Asmuth en Van Geer (2013). De in dit artikel gepresenteerde visualisaties zijn in belangrijk mate gebaseerd op Van Geer (2012).

Wat zijn kenmerken van een normaal patroon van een stijghoogtereeks?

De normaalperiode kan gezien worden als een periode waarin de statistische eigenschappen overal in de reeks gelijk zijn en niet afhangen van de datum. Veel stijghoogtereeksen vertonen een periodiek verloop met een periode van een jaar en daarmee is de frequentieverdeling een functie van de tijd. In principe zijn er twee manieren om hiermee om te gaan. Ten eerste kunnen we differentiëren naar datum, vergelijk de regiemcurve. Ten tweede kunnen we opschalen door het jaargemiddelde te beschouwen. Vanwege het beperkte aantal meetpunten kunnen jaargemiddelde kenmerken vaak betrouwbaarder bepaald worden dan bij het naar datum gedifferentieerde gemiddelde. Bovendien zijn we voor het vaststellen van structurele veranderingen niet in de eerste plaats geïnteresseerd in de hogere frequenties. Daarom is hier gekozen voor het opschalen naar jaargemiddelde kenmerken.

In de praktijk is het veelal onmogelijk om uit historische waarnemingen het verloop van de volledige frequentieverdeling als functie van de tijd te bepalen. Daarom richten we ons op twee kenmerken van de frequentieverdeling:

- Het jaargemiddelde als maat voor het niveau van de reeks.
- De standaardafwijking binnen een jaar, als maat voor de spreiding van de stijghoogtereeks.

Naast het niveau en de spreiding wordt het karakter van de reeks ook bepaald door de temporele samenhang, de autocorrelatie. Het is in praktisch alle gevallen onmogelijk om een betrouwbare schatting te krijgen van de verandering van de autocorrelatie in de tijd. Daarom is dit kenmerk bij de bepaling van de normaalperiode buiten beschouwing gelaten. Wel moeten we rekening houden met de autocorrelatie bij het toetsen of het niveau of de amplitude structureel in de tijd verandert.

Jaargemiddelde

De stijghoogtereeks $h(d,m,j)$ is een functie van de dag (d), maand (m) en jaar (j). Om te voorkomen dat maanden met veel waarnemingen onevenredig zwaar in het jaargemiddelde meetellen berekenen we eerst het maandgemiddelde en vervolgens het jaargemiddelde daarvan. Als er in de maand (m) van het jaar (j) N_{mj} waarnemingen zijn en in het jaar j zijn N_j maanden waarvoor een maandgemiddelde berekend kan worden is het jaargemiddelde:

$$h_j = \frac{1}{N_j}\sum_{m=1}^{N_j}\left\{\frac{1}{N_{mj}}\sum_{d=1}^{N_{mj}} h(d,m,j)\right\} = \frac{1}{N_j}\sum_{m=1}^{N_j} h(m,j) \qquad (1)$$

Indien er geen missende waarnemingen zijn en frequentie is twee maal per maand, dan zijn N_{mj} en N_j respectievelijk gelijk aan 2 en 12. Als er gedurende meerdere aansluitende maanden geen waarnemingen beschikbaar zijn, kan het jaargemiddelde niet betrouwbaar worden berekend en dient het in het vervolg van de berekeningen als missend jaargemiddelde te worden beschouwd.

Jaarstandaardafwijking

Als maat voor de variatie binnen een jaar bepalen we de jaarstandaardafwijking. Deze kan worden bepaald met:

$$\sigma_{mj} = \sqrt{\frac{1}{N_j - 1}\sum_{m=1}^{N_j}\left\{h(m,j) - h_j\right\}^2} \qquad (2)$$

Net als bij het jaargemiddelde is het alleen zinvol om de jaarstandaardafwijking te berekenen als er voldoende maandgemiddelden beschikbaar zijn.

Toetsen van de kenmerken

We willen vaststellen het jaargemiddelde en de jaarstandaardafwijking in het ene tijdvak significant verschillen van het andere tijdvak. Hierbij moeten we rekening houden met correlatie in de reeksen, missende waarden en mogelijk gedeeltelijke overlap van de tijdvakken.

Lopend gemiddelde

Of er al dan niet een jaargemiddelde voor het jaar j beschikbaar is, wordt vastgelegd met de reeks:

$$w_j = \begin{cases} 1 & \text{indien } h_j \text{ beschikbaar} \\ 0 & \text{indien } h_j \text{ niet beschikbaar} \end{cases}$$

Het lopend gemiddelde rond het jaar j wordt bepaald met $2N+1$ jaren. Dit zijn de jaren binnen het interval $j \pm N$. Als er binnen het interval jaren zijn waar geen gemiddelde van bepaald kan worden is het feitelijke aantal jaren waarmee het lopende gemiddelde bepaald wordt kleiner. Het feitelijke aantal gemiddelden is:

$$n_j = \sum_{i=j-N}^{j+N} w_i \tag{3}$$

Het lopende gemiddelde $\bar{h}_j$ rond het jaar *j* is:

$$\bar{h}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=j-N}^{j+N} w_i h_i \tag{4}$$

Bij de keuze van de tijdvakgrootte spelen twee tegenstrijdige effecten een rol. Enerzijds neemt de betrouwbaarheid van de schatting van het lopende gemiddelde toe naar mate we het tijdvak groter kiezen. Anderzijds naar mate het tijdvak groter wordt gekozen, heeft het lopende gemiddelde een gladder verloop en worden veranderingen, waarnaar we op zoek zijn, meer uitgevlakt. Op basis van ervaring lijkt een tijdvak van 7 jaar (*N*=3) of 9 jaar (*N*=4) voor de meeste reeksen in Nederland acceptabel.

Om significante verschillen tussen de gemiddelden in de tijdvakken aan te tonen hebben we ook de variantie van het lopend gemiddelde nodig. Deze variantie kan worden bepaald met:

$$\sigma^2_{\bar{h}_j} = \frac{\sigma^2_{hj}}{{n_j}^2} \left(\sum_{i=j-N}^{j+N} \sum_{i2=j-N}^{i2=j+N} \left\{ w_i w_{i2} \rho_{h,(i2-i)} \right\} \right) \tag{5}$$

Waarbij: ·

$\sigma^2_{\bar{h}_j}$ de variantie van het lopend gemiddelde in tijdvak *j*

$\sigma^2_{\bar{h}_j}$ de variantie van het jaargemiddelde in het tijdvak *j*

$\rho_{h,(i2-i)}$ de correlatie tussen de jaargemiddelden met time lag (*i2-i*)

Om (5) te kunnen uitrekenen moeten we de variantie en de correlatie in het lopend gemiddelde in het tijdvak kennen. De variantie van het lopende gemiddelde, niet te verwarren met de jaarvariantie (2), kan met statistische standaardmethoden worden geschat. Zeven jaar is aan de korte kant om een variantie te berekenen, maar voor het doel - het opsporen van veranderingen in het gemiddelde en de variantie van de reeks - zal dit in de meeste gevallen wel voldoende zijn.

We hebben de correlatiefunctie nodig tot en met een time lag *2N*. Het is onmogelijk om de correlatiefunctie voor elk tijdvak afzonderlijk te bepalen. Als de reeks lang genoeg is, zeg minimaal drie maal de tijdvakgrootte, kan de correlatiefunctie wel voor de gehele reeks van jaargemiddelden worden geschat volgens de statistische standaardmethode.

Bij reeksen die korter zijn dan driemaal de tijdvakgrootte moet de correlatiefunctie op een andere wijze worden bepaald. Een ‘kort door de bocht’ oplossing is om alleen de correlatie lag 1 te berekenen voor de reeks jaargemiddelden h_j en een exponentieel verloop van de correlatiefunctie aan te nemen:

$$\rho_{h,k} = \left(\rho_{h,1}\right)^k \tag{6}$$

Voor het bepalen van de correlatiecoëfficiënt lag 1 is een minimum reekslengte van ca. 10 jaar vereist. Voor kortere reeksen is het niet erg zinvol om naar verschillen tussen tijdvakken te kijken.

Zowel voor korte als lange reeksen is bovengenoemde procedure voor de bepaling van de correlatie een grove benadering, zeker als er sprake is van een structurele verandering in het lopend gemiddelde.

Toetsen van het verschil in lopend gemiddelde tussen tijdvakken

Het verschil in gemiddelde tussen twee tijdvakken *j* en *j+k* wordt getoetst met een Student t-toets. Een beschrijving van deze test kan in vele boeken worden gevonden zoals bijvoorbeeld Mood e.a., (1984). We definiëren de toetsgrootheid *t*:

$$t = \frac{\left|\bar{h}_j - \bar{h}_{j+k}\right|}{\sigma_{\{\bar{h}_j - \bar{h}_{j+k}\}}} \tag{7}$$

Het verschil tussen het lopende gemiddelde van beide perioden is:

$$\bar{h}_j - \bar{h}_{j+k} = \frac{1}{n_j}\sum_{i=j-N}^{j+N} w_i h_i - \frac{1}{n_{j+k}}\sum_{i2=j+k-N}^{j+k+N} w_{i2} h_{i2} \tag{8}$$

Bij een overlap tussen de twee perioden geldt $k<2N$. In dat geval onderscheiden we drie deelperioden. De eerste deelperiode ($j-N$ tot $j+k-N-1$) is vóór de overlap en bevat n_1 waarnemingen. De overlap is deelperiode twee ($j+k-N$ tot $j+N$) en de derde deelperiode ($j+N+1$ tot $j+k-N$) bevat n_3 waarnemingen. Vergelijking (7) kan nu worden geschreven als:

$$\bar{h}_j - \bar{h}_{j+k} = \frac{1}{n_j}\sum_{i=j-N}^{j+k-N-1} w_i h_i + \left(\frac{1}{n_j} - \frac{1}{n_{j+k}}\right)\sum_{i2=j+k-N}^{j+N} w_{i2} h_{i2} - \frac{1}{n_{j+k}}\sum_{i3=j+N+1}^{j+k+N} w_{i3} h_{i3} \tag{9}$$

Opm.: Als n_j en n_{j+k} gelijk zijn, wordt de tweede term gelijk nul.

Verder benaderen we in de tweede deelperiode ($j+k-N$ tot $j+N$) de standaardafwijking en de variantie van het jaargemiddelde met:

$\sigma_{h(j+k/2)}$ en $\sigma^2_{h(j+k/2)}$ waarbij k/2 wordt afgerond op een geheel getal.

De variantie van het verschil in lopend gemiddelde bestaat uit zes termen:

$$\begin{aligned}
\sigma^2_{\{\bar{h}_j - \bar{h}_{j+k}\}} = {} & \frac{n_1}{n_j}\sigma^2_{\bar{h}_j} + \sigma^2_{h(j+k/2)}\left(\frac{1}{n_j} - \frac{1}{n_{j+k}}\right)^2 \sum_{i=j-N}^{j+k-N-1}\ \sum_{i2=j+k-N}^{j+N} w_i w_{i2} \rho_{h,(i2-i)} + \frac{n_3}{n_{j+k}}\sigma^2_{\bar{h}_{j+k}} \\
& + 2\frac{\sigma_{hj}\sigma_{h(j+k/2)}}{n_j}\left(\frac{1}{n_j} - \frac{1}{n_{j+k}}\right)\sum_{i=j-N}^{j+k-N-1}\ \sum_{i2=j+k-N}^{j+N} w_i w_{i2} \rho_{h,(i2-i)} \\
& - 2\frac{\sigma_{h(j+k)}\sigma_{h(j+k/2)}}{n_{j+k}}\left(\frac{1}{n_j} - \frac{1}{n_{j+k}}\right)\sum_{i2=j+k-N}^{j+N}\ \sum_{i3=j+N+1}^{j+k+N} w_{i2} w_{i3} \rho_{h,(i3-i2)} \\
& - 2\frac{\sigma_{hj}\sigma_{h(j+k)}}{n_j n_{j+k}}\sum_{i=j-N}^{j+k-N-1}\ \sum_{i3=j+N+1}^{j+k+N} w_i w_{i3} \rho_{h,(i3-i)}
\end{aligned} \tag{10}$$

De wortel uit vergelijking (10) is de noemer van de toetsgrootheid *t*.
Bij tijdvakken die geen overlap hebben, vervallen de tweede, vierde en vijfde term.
Bovendien geldt dan: $n_1=n_j$ en : $n_3=n_{j+k}$

Opm. Indien er geen missende waarnemingen zijn, de perioden evenveel waarden hebben en er is geen overlap, vereenvoudigt (10) tot het bekende:

$$\sigma^2_{\{\bar{h}_j-\bar{h}_{j+k}\}} = \sigma^2_{\bar{h}_j} + \sigma^2_{\bar{h}_{j+k}} - 2\frac{\sigma_{hj}\sigma_{h(j+k)}}{n_j^2}\sum_{i=-N}^{N}(N-|i|+1)\rho_{h,(k-i)} \tag{11}$$

Als het lopend gemiddelde in de beide tijdvakken gelijk is (H_0 hypothese), heeft de grootheid *t* een Student-t verdeling met een aantal vrijheidsgraden: d.f. Het aantal vrijheidsgraden kan bepaald worden met (zie ook Welch, 1946):

$$\mathrm{d.f.} = \frac{\left(\sigma^2_{\bar{h}_j} + \sigma^2_{\bar{h}_{j+k}}\right)^2}{\left(\sigma^2_{\bar{h}_j}\right)^2/(n_1-1) + \left(\sigma^2_{\bar{h}_{j+k}}\right)^2/(n_3-1)} \tag{12}$$

Voor de situatie dat $n_1=1$ en/of $n_3=1$ kan (12) niet rechtstreeks worden gebruikt.
Het minimum voor het aantal vrijheidsgraden is 1. Bij een gekozen significantieniveau (bijv. p=0.05) kunnen we voor het aantal vrijheidsgraden de waarde in de tabel van de Student-t verdeling opzoeken. Als de waarde van de toetsgrootheid *t* kleiner of gelijk is aan deze waarde, dan is er geen significant verschil in gemiddelde tussen de tijdvakken. Als t groter is, is er wel een significant verschil.

Lopende standaardafwijking

De lopende standaardafwijking $\overline{\sigma_{hj}}$ voor een tijdvak van *2N+1* jaren rond het jaar *j* is:

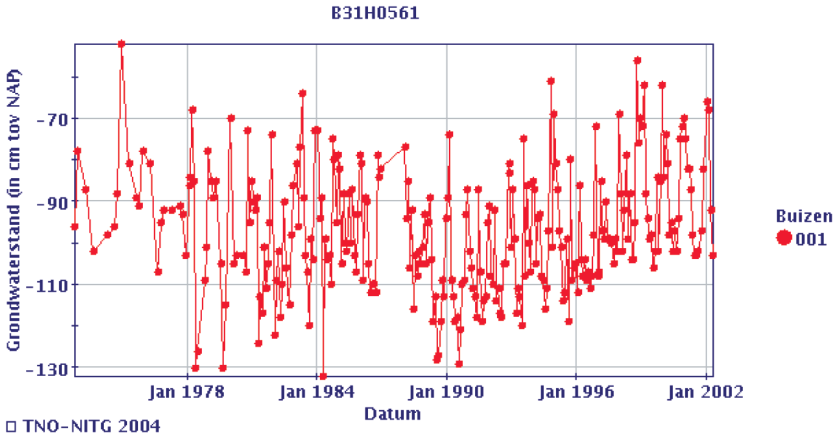
$$\overline{\sigma_{hj}} = \frac{1}{n_j}\sum_{i=j-N}^{j+N} w_i\sigma_{mi} \tag{13}$$

De factoren w_i hebben in dit geval betrekking op de jaarstandaardafwijking en niet op het gemiddelde. Het toetsen van de lopende standaardafwijking verloopt geheel analoog aan het toetsen van het lopend gemiddelde. De vergelijkingen (5) t/m (12) worden toegepast op de lopende standaardafwijking $\overline{\sigma_{hj}}$ in plaats van op het lopend gemiddelde $\bar{h}_j$.

Presentatievormen

Voorbeeldreeks

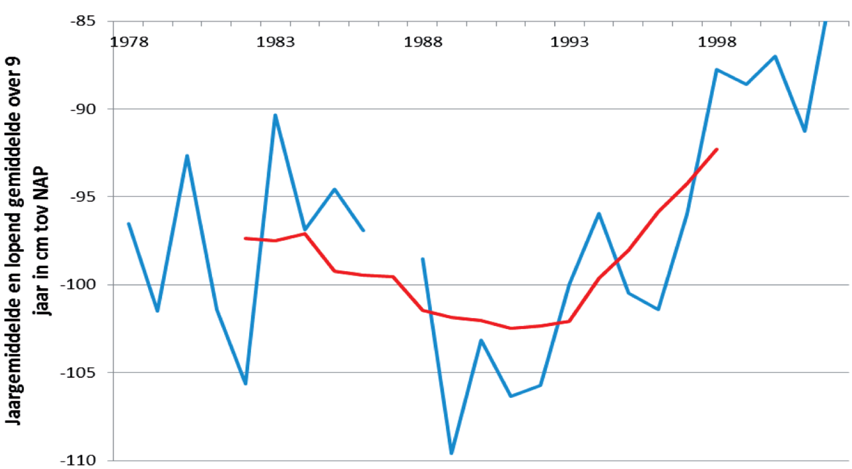
De hiervoor beschreven toetsen zijn het resultaat van rechttoe-rechtaan toepassing van basisstatistiek. Het leidt echter niet automatisch tot een voor de gebruiker inzichtelijk informatieproduct. Bij een reeks van 25 jaar en een tijdvakgrootte van 9 jaar, zijn er 17 deels overlappende tijdvakken. Er zijn dan 136 combinaties van twee tijdvakken om te toetsen. Aan de hand van de voorbeeldreeks B31H065101 wordt hier geïllustreerd hoe de lopende kenmerken en de toetsen gevisualiseerd kunnen worden. Het is een reeks, zoals er vele zijn in het DINO-bestand (zie afbeelding 1). Visueel zijn er geen overduidelijke meetfouten te onderkennen. Wel is er in de jaren tachtig een periode waar waarnemingen ontbreken. Een echte visueel-duidelijke trend is er niet, hoewel er rond 1990 een dieptepunt in de reeks is te zien. Daarna stijgt de reeks weer.



Afbeelding 1: Voorbeeldreeks B31H065101.

Het lopend gemiddelde

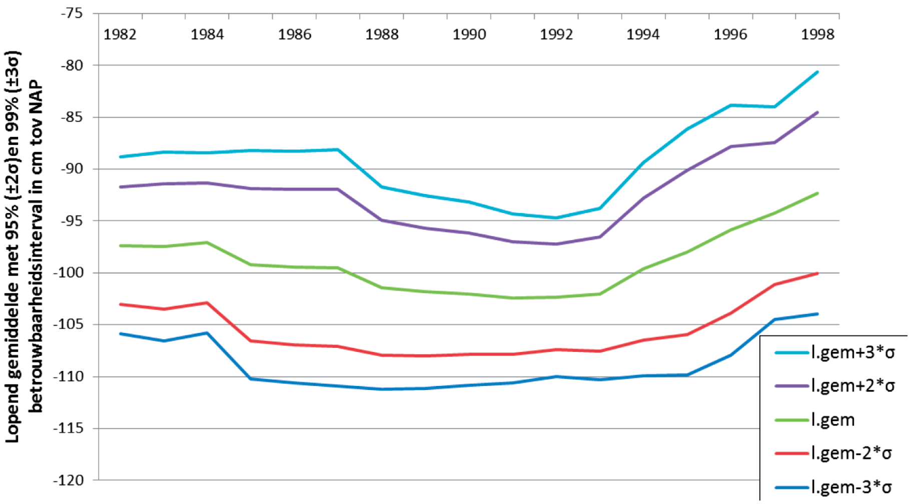
Het lopend gemiddelde over een tijdvak van 9 jaar is gegeven in afbeelding 2.
De blauwe lijn geeft de jaargemiddelden en de rode lijn is het lopend gemiddelde over een tijdvak van 9 jaar. Zoals verwacht is het verloop van het lopend gemiddelde veel gladder dan de individuele jaargemiddelden. Het lopend gemiddelde over 9 jaar kan niet worden bepaald voor de eerste en de laatste vier jaren van de reeks.



Afbeelding 2: Lopend gemiddelde over 9 jaar voor reeks B31H065101.

Rond 1990-1992 is een minimum te zien, maar de vraag is of de reeks in die periode daadwerkelijk structureel anders is dan in bijvoorbeeld 2002 of 1980. Immers, de laagste standen zijn niet gemeten in de beginjaren negentig, maar tien jaar daarvoor.
We bepalen de standaardafwijking van het lopend gemiddelde $\sigma_{\bar{h}_j}$ met behulp van (5).

Om een idee te krijgen hoe betrouwbaar het lopend gemiddelde geschat kan worden, plotten we de lijnen die overeenkomen met de betrouwbaarheidsbanden ±2*$\sigma_{\bar{h}_j}$ en ±3*$\sigma_{\bar{h}_j}$ in dezelfde grafiek als het lopend gemiddelde zelf (afbeelding 3.). Deze betrouwbaarheidsbanden komen voor een normale verdeling bij benadering overeen met het 95% respectievelijk het 99% betrouwbaarheidsinterval.

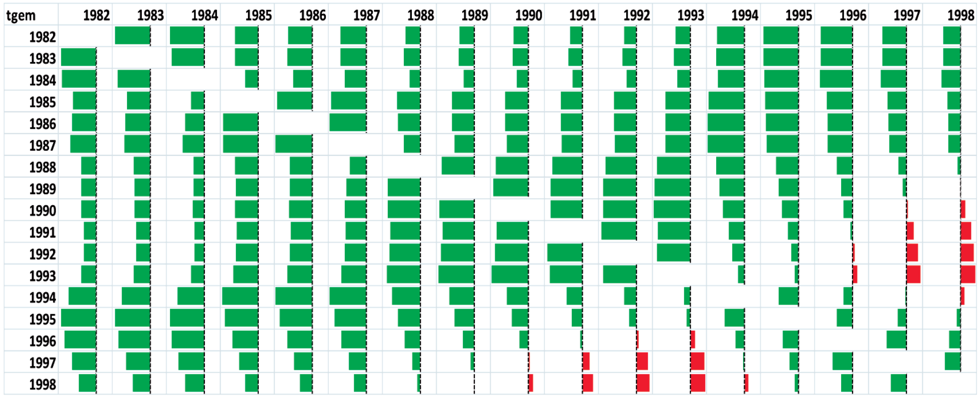


Afbeelding 3: Lopend gemiddelde met betrouwbaarheidsbanden voor reeks B31H065101.

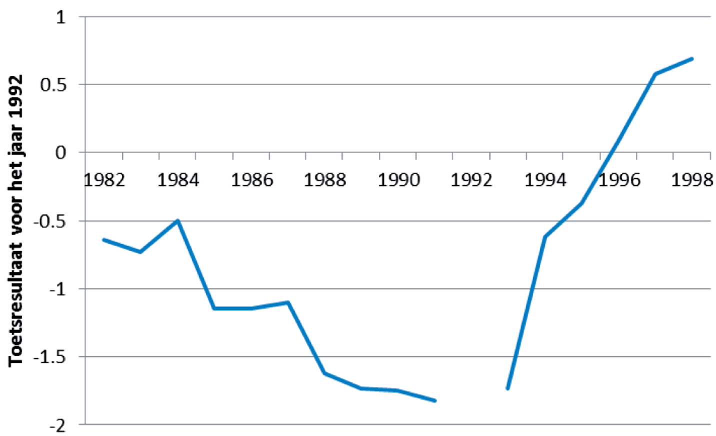
De betrouwbaarheidsbanden hebben geen constante breedte, maar kennen een verloop over de tijd. Afbeelding 3 geeft een visuele indicatie van het verloop van het gemiddelde niveau en de mate van betrouwbaarheid waarmee we dat gemiddelde niveau kunnen schatten.

Om een uitspraak te doen in hoeverre het verschil tussen twee tijdvakken significant is, passen we een Student-t test toe op elk tweetal tijdvakken. Dit levert een matrix op, zoals gegeven in afbeelding 4. De balkjes representeren het **toetsresultaat**. Dit is de grootte van het verschil tussen de tabelwaarde (bij het gekozen significantieniveau en het aantal vrijheidsgraden) en toetsgrootheid *t*. Is het toetsresultaat negatief dan is de toetsgrootheid kleiner dan de tabel waarde. Er is dan geen sprake is van een significant verschil en het balkje in de tabel is groen. Als het toetsresultaat positief is, is de toetsgrootheid groter dan de tabelwaarde en wordt het balkje rood. De grootte van het balkje representeert de waarde van het toetsresultaat. De t-matrix is symmetrisch om de diagonaal, dus feitelijk zou alleen de boven- of onderdriehoek getoond hoeven worden. Op de hoofddiagonaal staan geen balkjes, omdat het niet zinvol is een periode met zichzelf te vergelijken. In het voorbeeld is arbitrair een significatieniveau gekozen van 99% (p=0.01). Aan het eind van dit artikel wordt nog nader ingegaan op de betekenis van het significantieniveau. Uit afbeelding 4 blijkt dat het lopend gemiddelde rond het jaar 1998 significant (met p=0.01) verschilt van het lopend gemiddelde rond de jaren 1990 t/m 1994.

De informatie uit de t-matrix kan ook per jaar zichtbaar gemaakt worden in een grafiek. In afbeelding 5 is als voorbeeld het lopend gemiddelde in het tijdvak rond het jaar 1992 vergeleken met alle andere tijdvakken. Ook uit deze figuur kan worden geconcludeerd dat 1992 significant verschilt van 1996, 1997 en 1998, omdat de lijn voor die jaren boven 0 uitkomt. Uiteraard is er geen waarde bij het jaar 1992 zelf.



Afbeelding 4: t-matrix voor het lopend gemiddelde voor de reeks B31H065101; tijdvak =9 jaar, p=0.01.



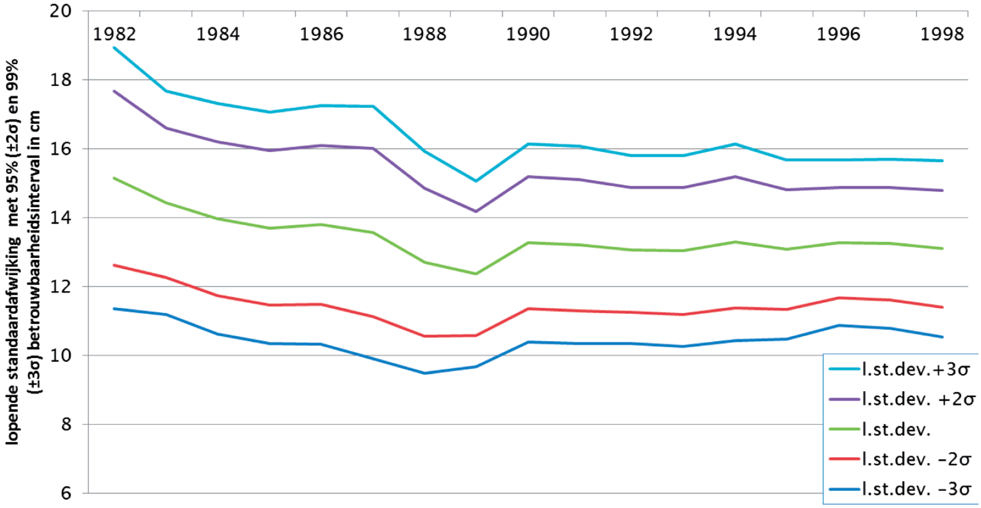
Afbeelding 5: Toetsresultaat voor het lopend gemiddelde tussen het tijdvak 1992 en alle andere tijdvakken.

De lopende standaardafwijking

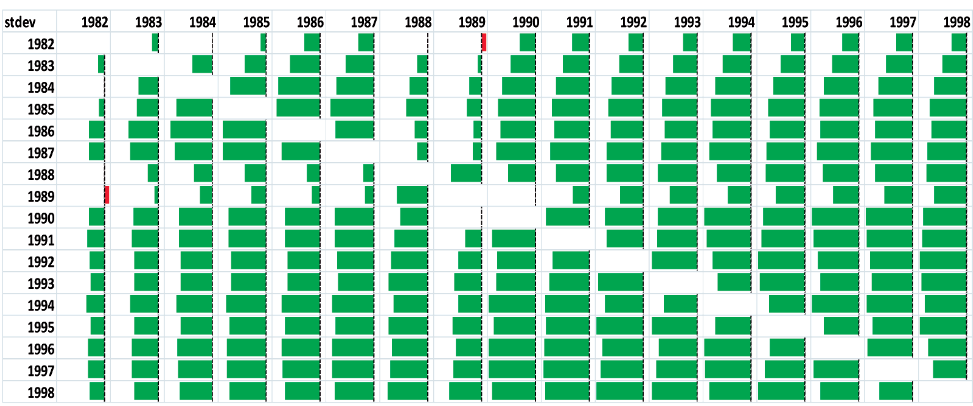
Analoog aan het lopend gemiddelde is in afbeelding 6 ook de lopende standaardafwijking ($\sigma_{\bar{h}j}$) gegeven met de betrouwbaarheidsbanden die overeenkomen met $\pm 2 * \sigma_{\bar{\sigma}j}$ en $\pm 3 * \sigma_{\bar{\sigma}j}$. Hierin is $\sigma_{\bar{\sigma}j}$ de standaardafwijking van de lopende standaardafwijking. De lopende standaardafwijking neemt in de loop van de tijd iets af. Dit betekent dat de uitslagen naar boven en beneden in de jaren negentig kleiner zijn dan in de beginjaren tachtig. Uit de t-matrix voor de lopende standaardafwijking (tijdvak 9 jaar, p=0.01), gegeven in afbeelding 7 blijkt dat de afname van de lopende standaardafwijking, met 99% waarschijnlijkheid, niet significant is. Alleen het verschil tussen de jaren 1982 en 1989 is significant. Dit wordt voor een belangrijk deel veroorzaakt doordat er in die periode veel waarnemingen ontbreken, en blijkbaar ook weinig extreme waarden voorkomen.

Effecten tijdvakgrootte en significantieniveau

Bij de toetsen op het lopend gemiddelde en de lopende standaardafwijking zijn twee keuzen van invloed: de grootte van het tijdvak en het significantieniveau. In deze



Afbeelding 6: Lopende standaardafwijking met betrouwbaarheidsbanden voor reeks B31H065101.

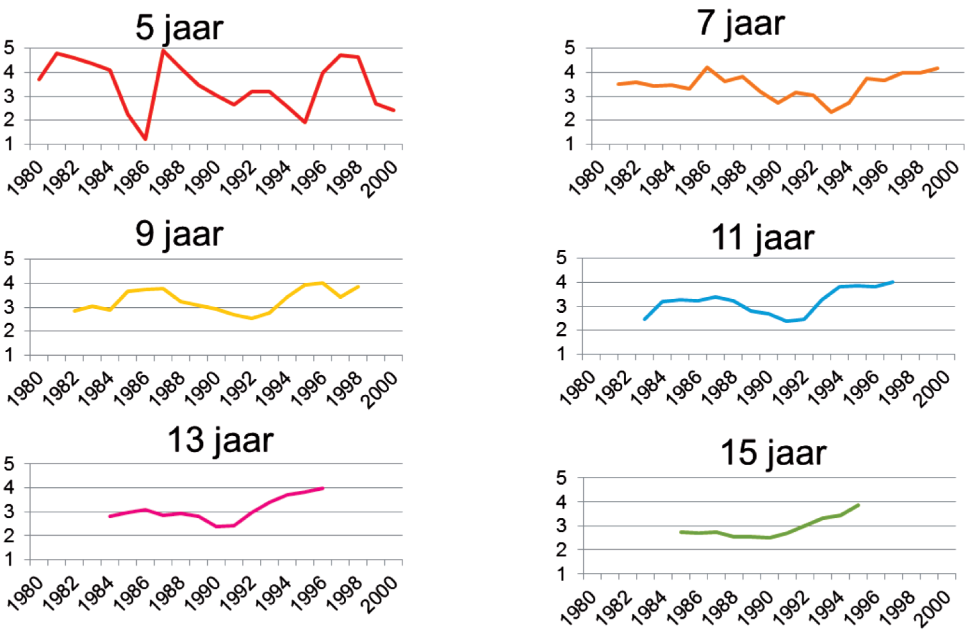


Afbeelding 7: t-matrix voor de lopende standaardafwijking voor de reeks B31H065101; tijdvak =9 jaar, p=0.01.

paragraaf worden de effecten van deze keuzen aan de hand van de reeks B31H065101 geïllustreerd.

Tijdvakgrootte

De standaardafwijking van het lopend gemiddelde voor tijdvakken van 5, 7, 9, 11, 13 en 15 jaar is gegeven in afbeelding 8. Duidelijk is dat bij een groter tijdvak het aantal jaren waarvoor deze standaardafwijking berekend kan worden afneemt. Bovendien is het verloop bij een groter tijdvak vlakker. Duidelijk is te zien dat bij kleine tijdvakken toevallige uitschieters grote invloed hebben op de gladheid van het verloop. Het ontbreken van waarnemingen tussen de jaren 1986 – 1988 heeft duidelijk een invloed op de lopende standaardafwijking bij het tijdvak van 5 jaar. Bij grotere tijdvakken is die invloed veel minder.



Afbeelding 8: Standaardafwijking van het lopend gemiddelde (in cm) voor tijdvakken van 5, 7, 9, 11, 13 en 15 jaar.

Afbeelding 9: Lopend gemiddelde met betrouwbaarheidsbanden voor tijdvakken van 5, 7, 9, 11, 13 en 15 jaar.

In afbeelding 9 is het lopend gemiddelde met betrouwbaarheidsbanden gegeven. Hier is de invloed van de extreem kleine standaardafwijking in 1986 bij het tijdvak van 5 jaar duidelijk te zien.
Bij grotere tijdvakken resulteren relatief hoge of lage waarden over een beperkt aantal jaren minder vaak in significante verschillen in de t-matrix. Anders gezegd, wat wel of niet wordt aangemerkt als een structurele verandering, hangt mede af van de grootte van het tijdvak dat we beschouwen. Een tijdvak van 5 jaar reageert (te) sterk op afwijkende waarden, terwijl het lopend gemiddelde bij een tijdvak van bijvoorbeeld 11 jaar en groter, te veel wordt gladgestreken. Voor de reeks B31H065101 lijkt een logisch keuze daarom een tijdvak van 7 of 9 jaar.

Significantieniveau

De tweede keuze die van belang is voor de t-toets, is het significantieniveau. In feite doet een significantieniveau niet anders dan de grens hoger of lager leggen van wat we structurele veranderingen noemen en wat niet. Als de grens te laag ligt, detecteren we veel structurele veranderingen en blijven weinig structurele veranderingen onopgemerkt. Daartegenover is de kans dat twee perioden ten onrechte als structureel verschillend worden aangemerkt vrij aanzienlijk. Bij een significantieniveau van 95% is er 95% kans dat een rood balkje in de t-matrix ook daadwerkelijk een structurele verandering is. Dat houdt in dat er 5% kans is dat het balkje ten onrechte rood is.
Bij een hoog significantieniveau is de kans dat ten onrechte wordt geconstateerd dat er een structureel verschil is tussen twee perioden klein, maar het risico dat een structureel verschil niet wordt opgemerkt wordt groter. Het hangt van het gebruiksdoel af of we een hoge dan wel een lage grens willen hanteren.

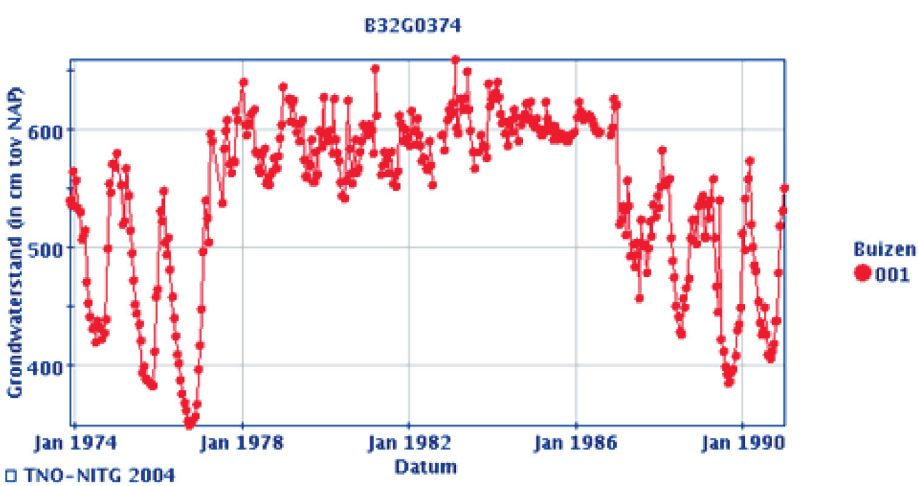
Discussie

Karakterisatie van een stijghoogtereeks

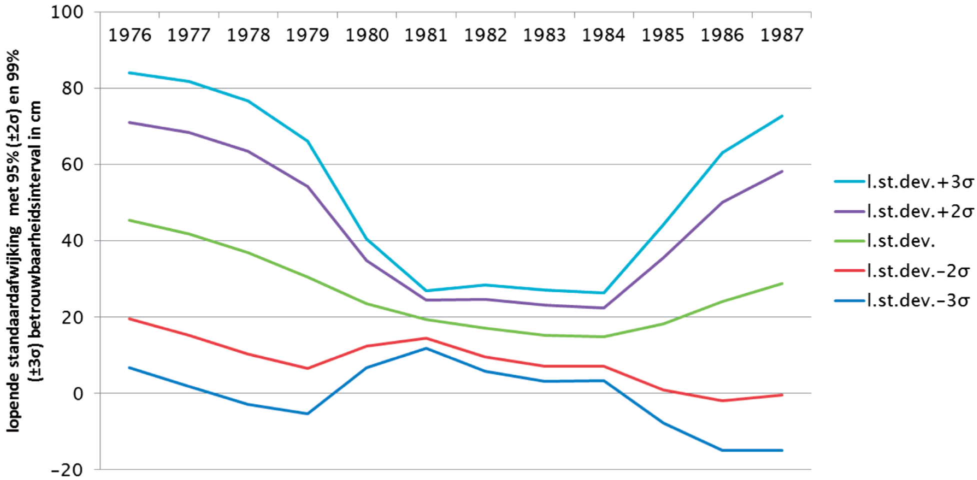
Bij een structurele verandering in de stijghoogte denken we al snel aan een verandering in het niveau van de reeks. Er bestaan uitgebreide rapporten over verdroging, verlaging en vernatting. Echter, het is goed om ons te realiseren dat ook andere karakteristieken van de reeks kunnen veranderen. Als voorbeeld is in afbeelding 10 de reeks B32G037401 gegeven. De verandering in het karakter van deze reeks is overduidelijk. Gedurende een jaar of tien is niet alleen het niveau van de reeks aanmerkelijk hoger, maar ook de spreiding is in deze periode veel kleiner. Dit vinden we terug in afbeelding 11, waar de lopende standaardafwijking is gegeven.

Presentatievormen

De visuele presentatievormen richten zich op een karakterisatie van de dynamiek op lange termijn, en in het bijzonder op de verschillen in het dynamische gedrag tussen



Afbeelding 10: Stijghoogtereeks B32G037401.



Afbeelding 11: De lopende standaardafwijking van stijghoogtereeks B32G037401.

verschillende perioden. Dit in tegenstelling tot de regiemcurve, die juist de variatie binnen het jaar karakteriseert.

De presentatievormen zijn niet bedoeld als geavanceerde trendanalyse. Ze bieden snel inzicht in het karakter van een reeks en geven een indicatie of dat karakter in de loop van de tijd is veranderd, bijvoorbeeld als gevolg van waterhuishoudkundige maatregelen. Deze presentatievormen zijn gebaseerd op standaard statistische bewerkingen en kunnen in principe volledig automatisch en online worden uitgevoerd, waarbij ook rekening wordt gehouden met missende waarnemingen en een wisselend aantal metingen in verschillende perioden (variabele frequentie).

Voor een gebruiker kan het belangrijk zijn om snel te kunnen zien of er veranderingen in het systeem optreden. Enerzijds kunnen dit onverwachte veranderingen zijn (signalering, alarmering), anderzijds kan het ook een middel zijn om een indicatie te krijgen of een maatregel ook daadwerkelijk een verandering te weeg heeft gebracht.

Kwaliteitsborging

Een binnenkomende waarneming is logischerwijze van een latere datum dan de historische waarnemingen. Voor de controle van die waarneming willen we het normale patroon kennen dat geldt in de meest recente periode van de reeks. Daartoe bepalen we de kenmerken lopend gemiddelde en lopende standaardafwijking over het meest recente tijdvak. Een tijdvakgrootte van 7 of 9 jaar zal voor stijghoogtereeksen in Nederland in het algemeen een goed beeld geven. Zo nodig kan de tijdvakgrootte worden gerelateerd aan de correlatielengte van de reeks. Het verschil in kenmerken tussen het meest recente tijdvak en voorgaande tijdvakken kan worden getoetst op de beschreven wijze. Daarbij moet het significantieniveau niet al te hoog zijn, omdat anders de kans groot is dat een structurele verandering tot het normale patroon van de reeks wordt gerekend. We gaan zover terug in de tijd, totdat er een significant verschil met het desbetreffende tijdvak wordt getoetst.

Om te voorkomen dat een geleidelijke trend de bandbreedte van de karakteristieken in de loop van de jaren laat toenemen, wordt deze procedure periodiek herhaald. Bij een reeks met structurele veranderingen loopt de normaalperiode dan als het ware mee in de tijd, zodat we een nieuwe meting altijd vergelijken met karakteristieken uit het recente verleden. Bij abrupte overgangen zullen de betrouwbaarheidsbanden groter worden en is het dus lastiger om meetfouten op te sporen.

Conclusies

Of het karakter van een stijghoogtereeks al dan niet in de tijd is veranderd, is niet uitsluitend de uitkomst van een objectieve statistische analyse. Dit is mede afhankelijk van de gekozen tijdschaal en het gekozen significantie niveau. Verder is het verstandig niet alleen het niveau van de reeks in beschouwing te nemen, maar ook de spreiding.

De hier beschreven methoden geven snel een visueel inzicht in veranderingen in een stijghoogtereeks inclusief een indicatie of die veranderingen ook statistisch significant zijn. Dit is zeker van belang voor het vaststellen van de normaalperiode bij een procedure van kwaliteitscontrole. Ook als zelfstandig informatieproduct kunnen de grafieken en t-matrices echter nuttig zijn, bijvoorbeeld als eerste stap bij het signaleren van trends of het evalueren van effecten van maatregelen. Een gebruiker kiest eenmalig een tijdvakgrootte en een significantieniveau. De bewerkingen lenen zich vervolgens voor volledige automatisering. Dit maakt het in principe mogelijk om deze informatieproducten bij het raadplegen van een bestand aan te bieden.

Literatuur

Asmuth, J.R. von en van Geer, F.C. (2013) Kwaliteitsborging grondwaterstands- en stijghoogtegegevens: op weg naar een landelijke standaard; KWR rapportnr: KWR 2013.027, Nieuwegein

Geer, F.C. van (2012) Bepaling van regiemcurves en dynamische karakteristieken van stijghoogtereeksen met een variabele frequentie; TNO-rapport: TNO2012 R10803, Utrecht

Mood, A.M., F.A. Graybill, and D.C. Boes, D.C. (1984) Introduction to the theory of statistics; Mc-Graw-Hill, ISBN 0-07-Y85465-3

Sluijter, R. en J. Nellestijn (2002) Klimaatatlas van Nederland, de normaalperiode 1971-2000; uitgeverij Elmar, Rijswijk

Welch, B. L. (1947). "The generalization of "Student's" problem when several different population variances are involved". Biometrika 34 (1–2): 28–35. doi:10.1093/biomet/34.1-2.28