Klink van dikkere grondpakketten

Bram Bot[1]

De zettingformule van Terzaghi heeft betrekking op dunne grondlaagjes, zodat de korrelspanning zonder bezwaar als uniform over de dikte kan worden verondersteld. In deze publicatie worden geïntegreerde vormen (dus voor dikkere uniforme grondpakketten) gepresenteerd. De eerste is die voor een uitgestrekte belasting aan maaiveld in een situatie met grondwater aan maaiveld. De tweede integrale zettingformule is die voor een daling van de grondwaterstand, waarbij rekening kan worden gehouden met het onder water geraken van bodemlagen. In beide gevallen blijken de formules bijzonder eenvoudig. Ze zijn nuttig ter verhoging van het inzicht in zettingen en voor een eerste aftasting van de grootte daarvan. Ze zijn over het algemeen niet geschikt als vervanging van de gebruikelijke numerieke berekeningswijze in laagjes met verschillende zettingconstanten.

Inleiding

Bij zettingberekeningen wordt het samendrukbare grondpakket altijd opgedeeld in dunne laagjes, opdat de korrelspanning zonder bezwaar als constant per laagje kan worden verondersteld. Voor zover mij bekend is, is de formule van Terzaghi nooit in geïntegreerde vorm ontwikkeld. Met plezier ben ik zelf maar aan het werk gegaan en vond enkele interessante analytische formules voor dikkere grondpakketten. Vooral lijken deze handig ter verhoging van het inzicht en voor een eerste aftasting van zettingen. Als praktijkgereedschap zullen de formules geen concurrentie kunnen zijn voor de vele zeer praktische numerieke computerprogramma's die voor zettingberekeningen bestaan.

Vanwege de vooral geotechnische betekenis heb ik een artikel met de afleidingen van de formules aangeboden aan het tijdschrift Geotechniek. Hier, in Stromingen, gaat het over de toepassing en dan vooral bij veen.

De formules zijn ontstaan door integratie van de zettingformule van Terzaghi, zie bijvoorbeeld Huizinga (1969):

$$ds = \frac{dz}{C} \ln\left(\frac{\sigma_{uiteindelijk}}{\sigma_{aanvankelijk}}\right) \qquad (1)$$

waarin:
ds = dikteafname van een grondlaagje door spanningstoename [m]
dz = aanvankelijke dikte van het grondlaagje [m]
C = samendrukkingsconstante [-]
$s_{aanvankelijk}$ = verticale korrelspanning vóór samendrukking [kN/m^2]
$s_{uiteindelijk}$ = verticale korrelspanning na samendrukking [kN/m^2]

De hiernavolgende geïntegreerde formules gelden:

- voor een hydrostatische stijghoogteverdeling van het grondwater

[1] grondwaterhydroloog te Rotterdam (brambot@xs4all.nl)

- wanneer de klink (= zetting) *s* [m] alleen plaats vindt door samendrukking van één homogene grondlaag met dikte *H* [m] boven een onsamendrukbare ondergrond
- voor een homogene bodemopbouw zodanig dat de zettingconstante van Terzaghi *C* [-] uniform over de dikte van de bodem kan worden verondersteld
- voor een uniform soortelijk gewicht van de grond onder de grondwaterspiegel, zodat ook het effectieve soortelijk gewicht γ_{subm} [kN/m³], na aftrek van een hydrostatische waterspanning, uniform over de diepte is
- voor een uniform soortelijk gewicht van de grond boven de grondwaterspiegel γ_{ontw} [kN/m³]
- met een hulpparameter $\xi = \frac{(\gamma_{ontw} - \gamma_{subm})}{\gamma_{subm}}$ [-]
- wanneer een belasting aan maaiveld wordt opgevat als een opgebrachte laag grond met dikte *a* [m] en een soortelijk gewicht gelijk aan γ_{subm}; *a* wordt verder 'belastingsdikte' genoemd

Maaivelddaling door belasting aan maaiveld

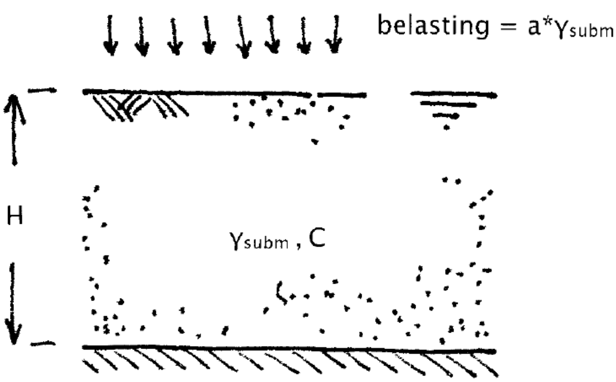
Voor de maaivelddaling door een belasting aan maaiveld, *s* [m], met grondwater voortdurend ook aan maaiveld, is vergelijking (2) afgeleid, zie ook (afbeelding 1). De uiteindelijke vorm van deze vergelijking was een suggestie van Kees Maas, die deze publicatie reviewde:

$$s = \frac{1}{C}\left\{ H \ln\left(\frac{H+a}{H}\right) + a \ln\left(\frac{H+a}{a}\right) \right\} \tag{2}$$

waarin:
H = dikte van het samendrukbare grondpakket [m]
a = 'belastingdikte' = $\frac{\text{belasting}}{\gamma_{subm}}$ [m]

Wanneer a gering is ten opzichte van H gaat vergelijking (2) over in:

$$s = \frac{a}{C}\left\{ 1 + \ln\left(\frac{H+a}{a}\right) \right\} \tag{3}$$



***Afbeelding 1**: Belasting aan maaiveld*

Bij het gebruik van vergelijkingen (2) en (3) kan geen rekening worden gehouden met een belasting die een opdrijvende kracht ondergaat vanwege grondwater dat boven maaiveld komt na zetting.

Als voorbeeld:
Een 7 m dikke leemlaag met Υ_{subm} = 8 kN/m³, met grondwater aan maaiveld en *C* = 40. De opgebrachte belasting bestaat uit 0,5 m zand van 17 kN/m³. Dan is *a = 0,5*17/8 = 1,06* m en (H+a) = 8,06 m, zodat de maaivelddaling *s = (0,99+2,15)/40* = 0,08 m.
Het onderste deel van het opgebrachte zand geraakt onder water, waardoor de werkelijke belasting en de resulterende zetting lager zullen zijn. Eventueel kan met de nieuwe belasting een bijgestelde berekening worden gemaakt. Omdat *a* = 1,06 m gering is ten opzichte van *H* = 8 m kan ook vergelijking (3) worden gebruikt. Dat levert ook op: *s = 1,06*(1+2,12)/40* = 0,08 m.

In een ontwaterde situatie met een grondwaterstand op d meter beneden maaiveld, met belasting aan maaiveld mag de belastingsdikte a_{ontw} door de ontwatering op ξd worden aangehouden zolang □*d/H* << 1 is. De zetting ten gevolge van de belasting aan maaiveld is dan:

$$s_{totaal} = s_{belasting+ontwatering} - s_{ontwatering} \qquad (4)$$

Stel dat het grondwater in het vorige voorbeeld op 0,6 m-mv stond, en dat ξ_{leem} = 1,2. Dan wordt berekend: $a_{ontwatering} = 0{,}72$ m en $a_{belasting+ontwatering} = 1{,}06 + 0{,}72 = 1{,}78$ m, waarmee $s_{totaal} = (1{,}59 + 2{,}84 - 0{,}69 - 1{,}71)/40 = 0{,}05$ m.
De zetting in de ontwaterde toestand blijkt (uiteraard) minder te zijn dan die bij grondwater aan maaiveld.

Maaivelddaling door verlaging van de grondwaterstand vanaf maaiveld

Voor de maaivelddaling *s* door een verlaging *d* van de grondwaterstand die aanvankelijk aan maaiveld stond, is de volgende vergelijking afgeleid, zie ook (afbeelding 2):

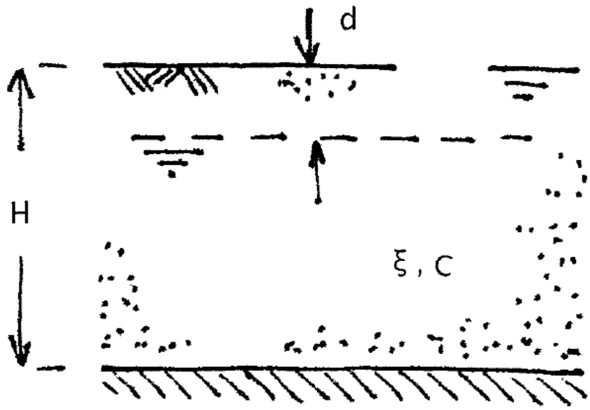
$$s = \frac{1}{C}\left[H * \ln\left(\frac{H+\xi d}{H}\right) + \xi d * \ln\left(\frac{H+\xi d}{d+\xi d}\right)\right] \qquad (5)$$

waarin:
d = verlaging van de grondwaterstand, die aanvankelijk aan maaiveld stond [m]
□ = $\frac{(\gamma_{ontw} - \gamma_{subm})}{\gamma_{subm}}$ [-]
$□_{ontw}$ = soortelijk gewicht van grond boven de grondwaterstand [kN/m³]
$□_{subm}$ = soortelijk gewicht van grond beneden de grondwaterstand [kN/m³]

Ook hier is het effect van de maaivelddaling op de relatieve verlaging van de grondwaterstand niet meegenomen. Eventueel moet een betere schatting worden gemaakt door iteratie.

Wanneer □*d* gering is ten opzichte van *H* gaat vergelijking (5) over in:

$$s = \frac{\xi d}{C}\left\{1 + \ln\left(\frac{H}{d(1+\xi)}\right)\right\} \qquad (6)$$



Afbeelding 2: *Verlaging van grondwater vanaf maaiveld*

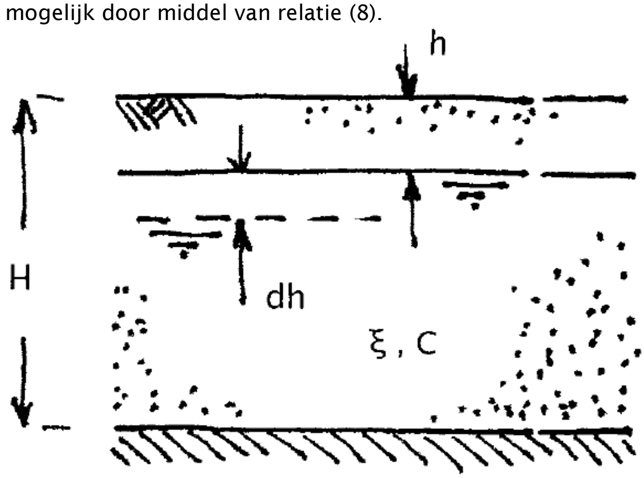
Maaivelddaling door verdere daling van de grondwaterstand

Voor de maaivelddaling *ds* [m] door een geringe daling *dh* [m] van de grondwaterstand, bij een aanvankelijke grondwaterstand van *h* [m] onder maaiveld is de volgende vergelijking afgeleid, zie (afbeelding 3):

$$\frac{ds}{dh} = \frac{\xi}{C} \ln\left(\frac{H + \xi h}{h + \xi h}\right) = \beta \qquad (7)$$

waarin:
ds = (geringe) verlaging van de grondwaterstand [m]
dh = maaivelddaling ten gevolge van ds [m]
h = aanvankelijke diepte van de grondwaterstand onder maaiveld [m]
ß = hulpfactor voor het makkelijk schrijven van formule (8) hieronder [-]

Ook hier is geen rekening gehouden met het onder water geraken van bodemlagen, maar dat is wel mogelijk door middel van relatie (8).



Afbeelding 3: *Verdere verlaging van de grondwaterstand*

Boven de aanvankelijke grondwaterstand blijft de korrelspanning onveranderd en vindt geen klink plaats. De samendrukkingsconstante aldaar is dus niet van belang, maar het gewicht wel. Een eventuele bovenlaag met afwijkend soortelijk gewicht of een belasting aan maaiveld kan eenvoudig worden verrekend via een toegenomen *H* met soortelijk gewicht $\square_{ontw}$:

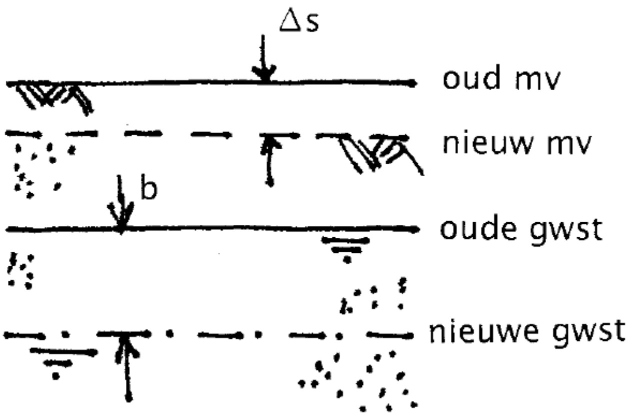
$$\frac{ds}{dh} = \frac{\xi}{C}\ln\left(\frac{H + H^{*} + \xi h}{h + \xi h}\right) = \beta \qquad (8)$$

waarin:
*H** = equivalente dikte [m], omgerekend naar een soortelijk gewicht $\square_{ontw}$, van een afwijkende laag boven grondwater of een maaiveldbelasting
Pas op: *h* moet in dit geval gemeten worden vanaf de bovenkant van $H+H^{*}$.

Een correctie voor het onder water geraken van grondlagen bij daling van de grondwaterstand volgens vergelijking (7) bestaat uit:

$$\Delta s = b\frac{\beta}{(1+\beta)} \qquad (9)$$

waarbij (zie ook afbeelding 4):
b = de absolute daling van de grondwaterstand [m]
Δs = maaivelddaling t.g.v. *b* [m]



***Afbeelding 4**: Submergence van grondlagen*

Een ander voorbeeld:
Een veenlaag van 8 m dik met grondwater op 0,4 m-mv. γ_{subm} = 1,4 kN/m^3 en γ_{ontw} = 10,4 kN/m^3, zodat ξ = 6,4. Als C-waarde is 5 gekozen. Wat is de maaivelddaling als de grondwaterstand met 20 cm wordt verlaagd?

$\frac{ds}{dh} = \frac{6,4}{5}\ln\left(\frac{8+2,56}{0,4+2,56}\right) = 1,63 = \beta$, wat betekent dat het maaiveld 1,63 keer zo veel daalt als de effectieve verlaging van het grondwater. Rekening houdend met het onder water geraken van grondlagen, blijkt $\Delta s = 0,2\frac{1,63}{(1+1,63)} = 0,12\ \text{m}$

en de resulterende toename van de ontwateringsdiepte: 0,08 m. Eventueel kan de berekening nu nogmaals gedaan worden met de grondwaterdiepte van 0,44 m-mv (de gemiddelde grondwaterstand voor en na de verandering). Het resultaat is vrijwel identiek: $\Delta s = 0,12\ \text{m}$.

Toelichting

De geïntegreerde formules zijn relatief eenvoudig en goed bruikbaar wanneer de beperkingen in het oog worden gehouden. De formule voor verdere ontwatering is wel bijzonder handig omdat voor het onder water geraken van grondlagen bij zetting eenvoudig kan worden gecorrigeerd. Bij een numerieke berekening opgebouwd uit dunne laagjes is dat 'met de hand' niet meer te doen.

Voor die uniforme C-waarde zal de gebruiker 'door de oogharen moeten kijken' naar een bodemopbouw, en moeten bedenken dat het overgrote deel van de klink in de bovenste lagen plaats vindt. Voor het schatten van die constante C zal de samendrukbaarheid van de bovenste lagen dus zwaar meewegen.
Wanneer het grondwater beneden maaiveld staat zal de samendrukbaarheid van de ontwaterde laag over het algemeen lager zijn (hogere C-waarde) dan die beneden de grondwaterstand. In het geval van verdere ontwatering treden geen spanningsverschillen op in de aanvankelijk al ontwaterde grond, zodat de samendrukbaarheid van de ontwaterde grond geen rol speelt in de berekening. De uniforme C-waarde is dan die onder het grondwater.
Bij een belasting aan maaiveld wordt wel het gehele bodempakket extra belast, zodat rekening moet worden gehouden met een verschil in samendrukbaarheid van grond onder respectievelijk boven het grondwater.
Dat 'kijken door de oogharen' vraagt om nogal wat wijsheid. Geregeld zal de conclusie zijn dat de aanname van een uniforme C zelfs bij benadering niet toelaatbaar is.

Ook moet een redelijke schatting van de dikte H van het pakket worden gemaakt. Omdat H 'onder het ln-teken staat' zal die schatting niet zeer kritisch zijn. Bij steeds verder toenemende H zal de zetting overigens wel extreem hoge waarden bereiken (de zetting is niet gelimiteerd bij toenemende H). Hieronder is een overzicht gegeven van de waarden die □ kan aannemen voor verschillende grondsoorten.

Kengetallen van minerale gronden

Schoon grof zand zal een laag watergehalte boven de grondwaterstand hebben. Omdat het poriëngehalte altijd rond 0,3 zal liggen en de poriën boven het grondwater grotendeels lucht bevatten, kan een waarde van □ = 0,7 worden gebruikt.
Bij fijn zand, slibhoudend zand en leem zullen de poriën in toenemende mate gevuld met water blijven. Bij leem kan dat wel tot 90 % zijn; bij een poriëngehalte van 0,3 leidt dat tot een waarde

van □ = 0,85. Bij zeer fijnkorrelige minerale gronden als leem en klei kan het poriëngehalte beduidend hogere waarden hebben, tot wel 0,6. Als de poriën nog 90% water bevatten geeft dat □ = 1,4.

***Tabel 1**: Globale waarden van ξ*

	ξ
grof zand	0,7
fijn zand	0,8
fijn slibhoudend zand	0,9
zandige leem	1,0
leem en klei	1,5

Scheurvorming in kleigronden kan het schatten van ξ ernstig bemoeilijken; in die gevallen moet veel nauwkeuriger worden gekeken dan met de voorliggende rekenwijze mogelijk is.

Kengetallen van veengrond

De samenstelling van veen wordt vaak beschreven aan de hand van de zogenaamde *A*- en *H*-getallen. Wanneer voor het soortelijk gewicht van minerale gronddeeltjes 26,5 kN/m³ wordt aangehouden en voor vaste droge organische stof 14 kN/m³, zoals aanbevolen door van der Schaaf (1999), volgen de volgende relaties:

$$\gamma_{sat} = \frac{10(100 + A)}{(A + 0,33H + 38)} \qquad (10)$$

en

$$\gamma_{subm} = \frac{620 - 3,3H}{(A + 0,33H + 38)} \qquad (11)$$

waarbij:
γ_{sat} = volledig gewicht van verzadigde grond [kN/m³]
A = watergehalte in gram water per 100 gram vaste bestanddelen [-]
H = gehalte organisch materiaal in gram per 100 gram vaste bestanddelen [-]
en

$$n = \frac{A}{(A + 0,33H + 38)} \qquad (12)$$

waarbij: *n* = poriëngehalte [-]

Veen bevat een (zeer) hoog poriëngehalte, maar bij ontwatering houdt het veen veel water vast. Voor de bepaling van □ is daarom aangenomen dat steeds een luchtgehalte van 0,10 ontstaat bij ontwatering, zodat:

$$(\gamma_{ontw} - \gamma_{subm}) = 9 \qquad (13)$$

Aldus ontstaat de relatie:

$$\xi = \frac{9}{\gamma_{subm}} \tag{14}$$

Met het *A*-getal en het *H*-getal kan dus de porositeit van veen worden beschreven. Door het werk van Fokkens (1970) kunnen deze worden gerelateerd aan de mechanische belasting van veen. Uit metingen aan allerlei veensoorten vond hij een algemeen geldige relatie tussen *H/A* en de hoogste verticale korrelspanning σ [kPa] die het veen ooit heeft gekend:

$$\frac{H}{A} = 0,025 + \frac{\ln(\sigma)}{25} \tag{15}$$

Met vergelijking (15) kan de klink worden berekend bij verhoging van de korrelspanning, via het verlaagde *A*-getal en porositeit. Hiermee kan klink ten gevolge van grote spanningtrajecten worden berekend. Voor veen blijkt namelijk de *C*-waarde uit de formule van Terzaghi niet constant te zijn, maar van het *A*-getal af te hangen. Volgens Fokkens geldt:

$$C = 25\frac{\left(A + 0,33H + 38\right)H}{A^2} \tag{16}$$

(maar ook hier aangepast aan een soortelijk gewicht van droge organische stof van 14 kN/m^3).

Voor een geringe toename van de belasting, wanneer het *A*-getal relatief weinig verandert, kan de formule van Terzaghi worden gebruikt met de hierboven genoemde formule voor *C*. Met alle bovengenoemde relaties kunnen de parameters ξ en *C* worden bepaald uit het H-getal en de grootste verticale korrelspanning die het veen ondergaan heeft. Het resultaat staat in tabellen 2 en 3. De waarde van ξ voor nauwelijks belast veen met een hoog gehalte aan organische stof blijkt bijzonder hoog, en de *C*-waarde bijzonder laag. De maaivelddaling ten gevolge van verdere ontwatering zal de verlaagde grondwaterstand in dat geval vrijwel volledig volgen.

***Tabel 2**: □ als functie van H-getal en korrelspanning*

	H-getal [-]				
	20	40	60	80	100
σ_{vert} [kPa]					
2	7	15	25	40	60
5	4,4	9	16	25	35
10	3,5	7	12	20	30
20	3,0	6	10	16	25
40	2,6	5	9	13	20
60	2,4	5	8	12	19
80	2,3	4,6	8	12	18
100	2,3	4,5	7	11	17

***Tabel 3**: C-waarde van Terzaghi als functie van H-getal en korrelspanning*

	H-getal [-]				
	20	40	60	80	100
σ_{vert} [kPa]					
2	1	1	1	1	1
5	3	2	2	2	2
10	4	3	3	3	3
20	5	4	4	4	4
40	6	5	5	5	5
60	7	6	6	5	5
80	7	6	6	6	6
100	8	7	6	6	6

Literatuur

Fokkens, B (1970) Berekening van de samendrukking van veenlagen uit het gehalte aan organische stof en water; in: *Bouw- en Waterbouwkunde*, nummer 3, 27 maart 1970.

Huizinga, T.K. (1969) Grondmechanica en haar toepassingen bij grond- en kunstwerken; Agon Elsevier.

Van der Schaaf, Sake (1999) Analysis of the Hydrology of raised Bogs in the Irish Midlands; Proefschrift Landbouwuniversiteit Wageningen.

Settlement of uniform thick soil deposits

Bram Bot

The well-known settlement formula of Terzaghi pertains to thin soil layers where soil pressures may be assumed uniform. In this paper, integrated formulas for thicker soil deposits with a uniform C-value are introduced for two specific situations. The first situation describes a load applied at ground surface. The second situation applies for settlement due to lowering of the groundwater table, including the effect of submergence of soil strata. The formulas are simple and may be used for first approximations and can complement numerical calculations.

Bram Bot
Söderblomplaats 348
3069 SL Rotterdam
brambot@xs4all.nl
06 1306 7624