Hatsi-kD

Voortplanting van hoogwatergolven in rivieren

In de vorige nummers hebben we uitgebreid aandacht besteed aan de voortplanting van getijdengolven in estuaria. In dit nummer wil ik (Huub Savenije) mij richten op hoogwatergolven in rivieren. Het is niet een terrein waar veel met vuistregels gewerkt wordt, zeker niet in Nederland. De neiging is (terecht lijkt me) om gebruik te maken van geavanceerde mathematische modellen en informatiesystemen om de voortplanting van hoogwatergolven zo nauwkeurig mogelijk te simuleren en te voorspellen. Vuistregels zijn dan niet de eerste dingen waar je aan denkt. Dat neemt niet weg dat vuistregels bijzonder nuttig zijn om ordes van grootte af te schatten, en om de uitkomsten van modellen kritisch te beoordelen. Soms beweert een vuistregel zelfs iets wat je niet zou verwachten, zoals de derde vuistregel in dit stukje. Maar van de eerste vuistregel in deze Hatsi-kD zullen de meeste waterloopkundigen niet versteld staan. Elke praktiserende hydrometrist gebruikt hem.

Vuistregel 61

In een rivier stroomt het water op 40% van de diepte, gerekend vanaf de bodem, met de gemiddelde stroomsnelheid (gemiddeld over de vertikaal). Aan het wateroppervlak stroomt het water het snelst: 18% sneller dan de gemiddelde snelheid.

In onderstaande figuur is deze vuistregel geïllustreerd. In formule:

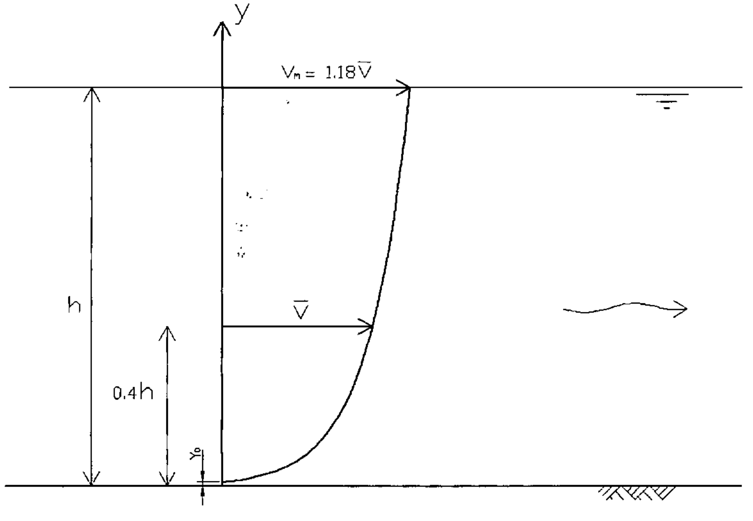
$$\bar{v} = v\ (y = 0{,}4h)$$
$$\bar{v} = 0{,}85v\ (y = h)$$

of

$$v_m = 1{,}18\bar{v}$$

waar v de stroomsnelheid is als functie van de hoogte y boven de bodem, $\bar{v}$ de gemiddelde snelheid over de verticaal, en v_m de maximale snelheid aan de oppervlakte.

In rivieren heerst turbulente stroming. In een turbulente stroom neemt de stroomsnelheid geleidelijk toe vanaf de bodem tot aan de oppervlakte volgens een logaritmische functie. De logaritmische snelheidsverdeling volgt uit de theorie van Prandtl voor turbulente stroming. Op elk punt in de verticaal wordt de snelheid gegeven door:



$$v = 2{,}5\sqrt{ghI}\ln(y / y_0)$$

waar y_0 een grenslaagdikte is, g de versnelling van de zwaartekracht, h de waterdiepte, en I het bodemverhang. Integratie van deze vergelijking resulteert in vuistregel 61. Ik laat deze afleiding verder achterwege. Een verdere uitwerking van deze theorie leidt tot de vergelijking voor permanente stroming van Chézy of Manning. De laatste is beter bruikbaar omdat de ruwheidcoëfficiënt van Chézy nog van de waterdiepte afhangt en dus niet constant is bij het passeren van een hoogwatergolf.

Vuistregel 62

Bij het passeren van de top van de hoogwatergolf kan de stroomsnelheid beschreven worden met de Manning-vergelijking voor permanente stroming:

$$\bar{v} = \frac{1}{n} h^{2/3}\sqrt{I}$$

Permanente (steady state) stroming treedt op als de afgeleide naar de tijd van de stroomparameters nul is. Bij het passeren van de top van de hoogwatergolf is momentaan $\partial h/\partial t = 0$. Op dat moment is de Manning-vergelijking toepasbaar. Ik kom daar in een volgende Hatsi-kD nog op terug.

Voor de bepaling van de n van Manning bestaan tabellen in handboeken. Een gangbare waarde van n voor rivieren is 0,03. De diepte h is de gemiddelde waterdiepte over het stroomvoerende dwarsprofiel. Feitelijk moet hiervoor de hydraulische straal genomen worden (de dwarsdoorsnede gedeeld door de natte perimeter van het bodemprofiel) maar omdat natuurlijke waterlopen vele malen breder zijn dan diep is deze hydraulische straal vrijwel gelijk aan de gemiddelde diepte van het stroomvoerend profiel.

Uiteraard varieert de snelheid ook over de breedte van de rivier. De verhouding tussen de maximale snelheid en de gemiddelde snelheid gemeten over de breedte is over het algemeen groter dan dezelfde verhouding over de verticaal. In een theoretisch stabiele sectie is die verhouding 1,45, terwijl die over de diepte 1,18 bedraagt (volgens vuistregel 61).

Laten we nu eerst kijken naar de voortplantingssnelheid c van de hoogwatergolf en hoe die zich tot de gemiddelde snelheid $\bar{v}$ en tot de maximale snelheid in de rivier verhoudt.

Bij de voortplantingssnelheid van golven wordt al gauw gedacht aan de voortplantingssnelheid c_0 van een kleine verstoring in een kanaal met evenwijdige oevers, met een prismatische doorsnede en geringe wrijving. Onder die omstandigheden geldt:

$$c_0 = \sqrt{gh}$$

Maar, in tegenstelling tot wat velen geloven, is deze vergelijking niet geschikt voor de voortplantingssnelheid van hoogwatergolven. De voortplantingssnelheid van een hoogwatergolf is een orde kleiner dan de voortplantingssnelheid van een kleine verstoring en ligt dicht in de buurt van de gemiddelde stroomsnelheid.

Vuistregel 63

De voortplantingssnelheid van een hoogwatergolf is evenredig met de gemiddelde stroomsnelheid en is van dezelfde orde van grootte.

Dit is een verbluffende vuistregel, die eigenlijk een beetje irritant is. De eerste de beste leek denkt immers dat een hoogwatergolf even snel gaat als het water. De expert weet dat een hoogwatergolf een golf is, die niet noodzakelijk even snel gaat als het water. Sterker nog, een waterloopkundige weet dat golven over het algemeen niet met de snelheid van het water bewegen, maar meestal sneller, of juist tegen de stroom in.

Het bewijs van vuistregel 63 volgt direct uit de continuïteitsvergelijking.

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=0$$

waar $Q=\bar{v}B_sh$ de afvoer is (B_s is de stroomvoerende breedte), $A=hB$ is het dwarsprofiel (met B als bergende ofwel totale breedte). De stroomvoerende breedte en de bergende breedte zijn niet noodzakelijk gelijk aan elkaar. In de uiterwaarden van een rivier kan het water nagenoeg stilstaan, waarbij het wel bijdraagt aan de berging, maar niet aan de stroming. De bergende breedte is groter of gelijk aan de stroomvoerende breedte. In een waterloop, met evenwijdige oevers en $B >> h$, leidt dit tot:

$$B_s\frac{\partial q}{\partial x}+B\frac{\partial h}{\partial t}=0$$

Hierin is $q = \bar{v}h$ de afvoer per eenheid van breedte. Het kan worden aangetoond dat de voortplantingsnelheid van de massagolf $c = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ gegeven wordt door:

$$c=\frac{B_s}{B}\frac{\partial q}{\partial h}=\frac{B_s}{B}\frac{\partial \bar{v}h}{\partial h}$$

Combinatie met vuistregel 62 levert:

$$c=\frac{5}{3}\frac{B_s}{B}\frac{1}{n}h^{2/3}\sqrt{I}=\frac{5}{3}\frac{B_s}{B}\bar{v}$$

Omdat de bergende breedte B altijd groter of gelijk is aan B_s zijn c en $\bar{v}$ van dezelfde orde van grootte. Sterker nog, omdat de stroomsnelheid aan het oppervlak 18% groter is dan de gemiddelde snelheid in de vertikaal, en de stroming in het midden van de stroom zo'n 45% meer bedraagt dan de gemiddelde stroomsnelheid over de breedte, gaat het oppervlakkige water in het midden van de rivier sneller dan de voortplantingssnelheid, ook als $B_s = B$ (immers 1,18 $*$ 1,45 = 1,71 > 1,67). Dientengevolge gaat een opkomende watergolf gepaard met een hele bende drijvend afval. Omdat het drijvende afval net iets sneller gaat dan de golf, kan de golf het afval niet inhalen en verzamelt zich drijvend afval aan de kop van de hoogwatergolf.

De continuïteitsvergelijking dicteert ook dat een hoogwatergolf die zich voortplant over een droog rivierbed, een voortplantingssnelheid heeft die gelijk is aan de gemiddelde stroomsnelheid. De golf kan niet sneller dan de aanvoer van water van bovenstrooms. Ook de veelgebruikte Muskingum-vergelijking, waarmee je de voortplanting van een afvoergolf door een riviertraject kunt berekenen, neemt impliciet aan dat de voortplantingssnelheid van de golf gelijk is aan de gemiddelde stroomsnelheid. Maar dit terzijde.

Het is aardig om de voortplantingssnelheid van de hoogwatergolf te vergelijken met c_0. Dit levert de volgende vergelijking op:

$$c=\frac{5}{3}\frac{B_s}{B}\frac{h^{1/6}\sqrt{I}}{n\sqrt{g}}c_0$$

Doordat het bodemverhang klein is (orde 10^{-4}), is c over het algemeen een orde kleiner dan c_0. Deze formule levert overigens een aardige methode op om n te bepalen aan de hand van de meting van c en c_0. Maar daar ga ik de volgende keer graag verder op in. Dan vertel ik hoe je na het passeren van een hoogwatergolf de piekafvoer achteraf kunt bepalen, en wat voor vuistregels er zijn voor de zogenaamde bank-full discharge.

Huub Savenije
TU Delft, hsa@ihe.nl